

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ
Β΄ ΚΥΚΛΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ 1^ο

$$\alpha) \bar{x} = \frac{8 + 14 + 20 + 12 + 16}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

β) Γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά: 8, 12, 14, 16, 20
Η "μεσαία" παρατήρηση είναι 14. Άρα $\delta = 14$.

$$\begin{aligned} \gamma) s &= \sqrt{\frac{(14-8)^2 + (14-12)^2 + (14-14)^2 + (14-16)^2 + (14-20)^2}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 + 2^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-6)^2}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{36 + 4 + 0 + 4 + 36}{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

$$\delta) \text{ εύρος} = 20 - 8 = 12$$

$$\epsilon) CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{4}{14} \cdot 100\% \cong 28,6\% > 10\%$$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ 2^ο

$$\begin{aligned} \alpha) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} - 1}{\lambda(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\lambda(x - 1)(\sqrt{x} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - 1}{\lambda(x - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\lambda(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{2\lambda}. \end{aligned}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{3x - 1} = \frac{1}{2}.$$

γ) Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\text{Είναι } f(1) = \frac{1}{2}, \text{ άρα πρέπει } \frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\lambda = 2 \Leftrightarrow \lambda = 1.$$

ΘΕΜΑ 3°

$$\alpha) f'(x) = (e^{\lambda x})' = e^{\lambda x} \cdot (\lambda x)' = \lambda \cdot e^{\lambda x}$$
$$f''(x) = (\lambda \cdot e^{\lambda x})' = \lambda \cdot (e^{\lambda x})' = \lambda \cdot e^{\lambda x} \cdot (\lambda x)' = \lambda^2 \cdot e^{\lambda x}$$

$$\beta) f''(x) - f'(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\lambda^2 \cdot e^{\lambda x} - \lambda \cdot e^{\lambda x} - 2e^{\lambda x} = 0 \Leftrightarrow$$
$$(\lambda^2 - \lambda - 2) \cdot e^{\lambda x} = 0$$

και επειδή $e^{\lambda x} > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$,
είναι $\lambda^2 - \lambda - 2 = 0 \Leftrightarrow$
 $\lambda = -1$ ή $\lambda = 2$.

- γ) i) Για $\lambda = 2$, τότε $f'(x) = 2 \cdot e^{2x} > 0$,
άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.
ii) Για $\lambda = -1$, τότε $f'(x) = -e^{-x} < 0$,
άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ 4°

$$\alpha) f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2008 \right)' = x^2 - 4x + 3$$

$$\beta) f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 3$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
f'(x)	+	○	○	+
f(x)		↗	↘	↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 1]$ και $[3, +\infty)$,
ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, 3]$.

Η f παρουσιάζει τοπ. μέγιστο για $x = 1$ την τιμή

$$f(1) = \frac{1}{3} - 2 + 3 + 2008 = \frac{6028}{3}$$

Η f παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο για $x = 3$ την τιμή

$$f(3) = 9 - 18 + 9 + 2008 = 2008$$

- γ) Στο $[1, +\infty)$ η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(3) = 2008$,
άρα $f(x) \geq 2008$, για κάθε $x \in [1, +\infty)$.